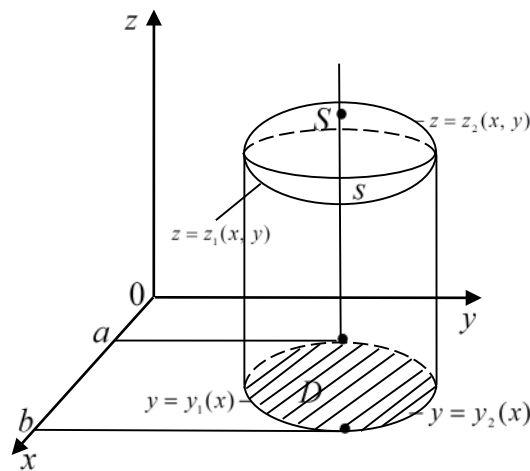


Теорема 2. Егер F облысында $f(x, y, z)$ үзіліссіз болса, онда бұл функцияның үштік интегралы бар.

Үштік интегралдың қасиеттері қос интегралдың қасиеттеріндей, жеке мына екі қасиетін атауға болады:

1. $\iiint_V dV = V$, демек функция бірге тең болса, онда үштік интеграл облыстың көлеміне тең.

2. Егер $f(x, y, z)$ берілген облыста үзіліссіз болса, онда $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = f(\xi, \eta, \zeta) \cdot V$ (орта мән туралы теорема).



Теорема 3. Егер V облыс суретте көрсетілгендей және $f(x, y, z)$ үзіліссіз болса, онда

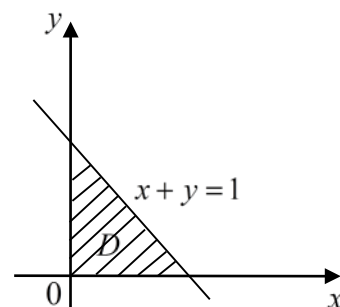
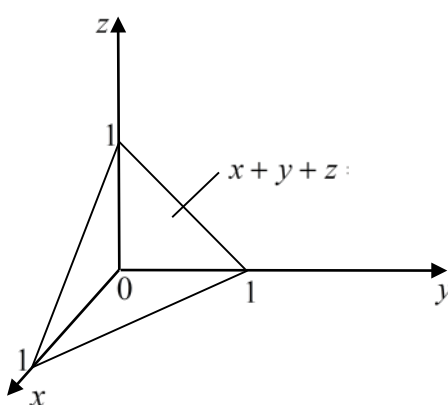
$$\iiint_V f(x, y, z) dV = \iint_D \left[\int_{z_1(x, y)}^{z_2(x, y)} f(x, y, z) dz \right] d\delta \quad (2)$$

D – облыстың түріне байланысты (2) формуланы, мысалы, былай жазуға болады:

$$\iiint_V f(x, y, z) dV = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} dy \int_{z_1(x, y)}^{z_2(x, y)} f(x, y, z) dz \quad (3)$$

Есептеу әрқашан **оңнан солға** қарай жүргізіледі.

Мыслалар: $V : x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ жазықтармен шектелге тетраэдр.



$$\iiint_V f(x, y, z) dV = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^{1-x-y} f(x, y, z) dz$$

2) Интегралды есептеңіз: $I = \iiint_V 48xyz dV$, егер мұнда: $V: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$ – шардың

бірінші координаталар бұрышында жататын бөлігі

$$I = \iint_D \left[\int_0^{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} 48xyz dz \right] d\delta = 24 \iint_D xy(R^2 - x^2 - y^2) dx dy = R^6 .$$

