

Лекция 7

Теория теплового взрыва

в нестационарном нульмерном приближении

Приближения и предположения:

1. $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0, \quad \Rightarrow \quad T=T(t)$

2. $n_i = \text{const}$

3. $v=0$

Нестационарное горение: $q_1 > q_2$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = q_1 - q_2 \leftarrow \text{кривая теплоотвода}$$

↑
кривая тепловыделения

Система уравнений в нестационарном нульмерном приближении:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT}} - \frac{\alpha S}{V} (T - T_0) \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_A}{\partial t} = -k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT}} \quad (2)$$

Начальные условия: $t=0: T=T_0 \quad n_A=n_{A0}$

(1):
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT}}}{\rho c_p} - \frac{\alpha S}{V \rho c_p} (T - T_0)$$

**Характерное
время
теплоотвода:**

$$\left[\frac{\alpha S}{V \rho c_p} \right] = \frac{\cancel{\text{Дж}} \cancel{\text{м}^2} \cancel{\text{м}^3} \cancel{\text{кг}} \cancel{\text{К}}}{\cancel{\text{с}} \cancel{\text{м}^2} \cancel{\text{К}} \cancel{\text{м}^3} \cancel{\text{кг}} \cancel{\text{Дж}}} = \frac{1}{\text{с}} \quad \boxed{\tau_\alpha = \frac{V \rho c_p}{\alpha S}}$$

Безразмерные переменные:

$$\tau = \frac{t}{\tau_\alpha}, \quad \Theta = \frac{E}{RT_0^2} (T - T_0)$$

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{d}{d(t/\tau_\alpha)} \left(\frac{E}{RT_0^2} (T - T_0) \right) = \frac{E\tau_\alpha}{RT_0^2} \frac{dT}{dt} \Rightarrow \frac{dT}{dt} = \frac{RT_0^2}{E\tau_\alpha} \frac{d\Theta}{d\tau}$$

$$\frac{RT_0^2}{E\tau_\alpha} \frac{d\Theta}{d\tau} = \frac{Q}{\rho c_p} k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}} e^{\Theta} - \frac{(T - T_0)}{\tau_\alpha} \left| \cdot \frac{E\tau_\alpha}{RT_0^2} \right.$$

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \underbrace{\frac{QE\tau_\alpha k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}}}{\rho c_p RT_0^2}}_{\delta_t} e^{\Theta} - \Theta$$

Безразмерное уравнение энергии:

$$\frac{d\Theta}{d\tau} - \delta_t e^\Theta - \Theta = 0 \quad (3)$$

Это уравнение аналогично уравнению энергии в стационарном приближении.

$$\delta_t = \frac{EV \cancel{\rho c_p} Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}}}{\alpha S \cancel{\rho c_p} RT_0^2} = \frac{EL^2 \rho Q k_0 n_A^\alpha n_B^\beta e^{-\frac{E}{RT_0}}}{\lambda RT_0^2} \frac{V}{SL^2} \frac{\lambda}{\alpha \rho}$$

↓
 δ

$$\delta_t = \delta \frac{V}{SL} \frac{\lambda}{\alpha L \rho} = \left| Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \right| = \frac{V}{SL} \frac{\delta}{Nu \rho}$$

Решение уравнения (3)

